BOUKHOBZA OMAR

DEVELOPPEMENTS LIMITES

EXERCICE 1. Soit la fonction f définie par $f(x) = \sin x \, ch(x-\pi)$. Soit F une primitive de f.

a. Calculer $f(2\pi - x) + f(x)$, $f'(x)$ et $f''(x)$.

b. On définit les fonctions h et g par $h(x) = F(x) - F(2\pi - x)$ et $g(x) = F(x+2\pi) - F(x)$. Montrer que h est constante et calculer $h(\pi)$. Montrer que $g(0) = 0$.

c. Calculer $g'(0)$, $g''(0)$ et $g'''(0)$. Donner la formule de Taylor-McLaurin de g d'ordre 3.

EXERCICE 2. Calculer le dl_5 de la fonction :

$$f(x) = \text{Arc}\sin x \,/\, \sqrt{1-x^2}$$

En déduire le dl_6 de la fonction $g(x) = (\text{Arc}\sin x)^2$.

EXERCICE 3. Calculer les dl_4 des fonctions suivantes :

$$\frac{1}{\cos x} \quad , \quad \text{Log}\cos x \, .$$

EXERCICE 4. En utilisant les dl, montrer les équivalences suivantes :

$$\sin x - \text{tg}\, x \underset{0}{\sim} -\frac{x^3}{2}$$

$$\text{Arctg}\, x \underset{0}{\sim} x$$

$$\text{Log}(1+x) - x \underset{0}{\sim} -\frac{x^2}{2}$$

EXERCICE 5. Soit une fonction f définie au voisinage d'un point a. On suppose que f est deux fois dérivable en a, que $f'(a) = 0$ et que $f''(a) \neq 0$.

Démontrer que si $f''(a) > 0$, f a un minimum en a. De

ETUDUP .com

même, si $f''(a) < 0$, montrer que f a un maximum en a.

On considère les rectangles ayant un périmètre $p = 42\,m$. Parmi ces rectangles, déterminer ceux dont la surface est maximale.

On considère les cylindres ayant un volume $V = 86,86\,m^3$. Parmi ces cylindres, déterminer ceux dont la surface est minimale.

EXERCICE 6. Déterminer la position relative de courbe par rapport à la tangente au voisinage de 0 dans le cas des fonctions :

$$\text{tg}\,x\,,\quad \text{Arc}\cos x\,,\quad \text{Argth}\,x$$

EXERCICE 7. On considère la fonction $f(x) = (5 + x^2 + 8x^3)^{1/3}$.

a. Déterminer l'asymptote de f en $+\infty$.

b. Déterminer la position de la courbe C_f par rapport à l'asymptote.

RAPPEL : Développements limités qu'on détermine à l'aide d'opérations

$$\text{tg}\,x = x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 + x^6\varepsilon$$

$$\text{Th}\,x = x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 + x^6\varepsilon$$

$$\text{Argth}\,x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \cdots + \frac{x^{2k+1}}{2k+1} + x^{2k+2}\varepsilon$$

$$\text{Arctg}\,x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \cdots + (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{2k+1} + x^{2k+2}\varepsilon$$

$$\text{Arcsin}\,x = x + \frac{1}{2}\frac{x^3}{3} + \frac{1}{2}\frac{3}{4}\frac{x^5}{5} + \cdots + \frac{1}{2}\frac{3}{4}\cdots\frac{2k-1}{2k}\frac{x^{2k+1}}{2k+1} + x^{2k+2}\varepsilon$$

$$\text{Arccos}\,x = \frac{\pi}{2} - x - \frac{1}{2}\frac{x^3}{3} - \cdots - \frac{1}{2}\frac{3}{4}\cdots\frac{2k-1}{2k}\frac{x^{2k+1}}{2k+1} + x^{2k+2}\varepsilon$$

$$\text{Argth}\,x = x - \frac{1}{2}\frac{x^3}{3} + \frac{1}{2}\frac{3}{4}\frac{x^5}{5} + \cdots + (-1)^k \frac{1}{2}\frac{3}{4}\cdots\frac{2k-1}{2k}\frac{x^{2k+1}}{2k+1} + x^{2k+2}\varepsilon$$

ETUDUP .com

ETUSUP.com
Programmation
Cours
Informatique
Optique
Chimie
Algébre
Corrigés
Mathématiques
Travaux Pratiques
Mécanique
Droit
Electricité
Physique
Résumés
Analyse
Diapo
Livres
Exercices
Contrôles Continus
Langues
MTU
Thermodynamique
Multimedia
Divers
Economie
Travaux Dirigés
Chimie Organique
et encore plus..